

KARPOTŪJŲ BERŽŲ (*Betula pendula* Roth.) STIEBŲ TŪRIO PRIKLAUSOMYBĖ NUO SKERSMENS KRŪTINĖS AUKŠTYJE IR MEDŽIO AUKŠČIO

Ugnius BUDREIKA, Vytauto Didžiojo universitetas, Žemės ūkio akademija, Miškų ir ekologijos fakultetas, el. paštas:
ugnius773@gmail.com

Santrauka

Šiame tyrime vertintas karpotųjų beržų (*Betula pendula* Roth.) stiebo tūris pagal sekcinis stiebo matavimus. Analizei naudoti 130 medžių duomenys, iš viso apdorota 1595 matavimo įrašai. Prieš kirtimą nustatytas skersmuo ties šaknies kakleliu ir skersmuo 1,3 m aukštyje, o po kirtimo atlikti sekciniai stiebo matavimai. Stiebo tūris apskaičiuotas taikant nupjauto kūgio formulę, o palyginimui naudotas Huberio metodas. Sudaryti keturi stiebo tūrio modeliai: modelis pagal skersmenį 1,3 m aukštyje, modelis pagal medžio aukštį, daugialypės tiesinės regresijos modelis ir logaritminis modelis. Nustatyta, kad vidutinis stiebo tūris, apskaičiuotas pagal nupjauto kūgio formulę, siekė 0,440 m³, o pagal Huberio metodą – 0,438 m³. Didžiausią tikslumą parodė logaritminis modelis ($R^2 = 0,9876$), o pagal nupjauto kūgio formulę ir Huberio metodą apskaičiuoti tūriai praktiškai sutapo.

Reikšminiai žodžiai: karpotieji beržai, stiebo tūris, nupjauto kūgio formulė, Huberio metodas, skersmuo 1,3 m aukštyje.

Įvadas

Stiebo tūris yra vienas svarbiausių medžių dendrometrinių rodiklių, naudojamų praktinėje miškininkystėje ir moksliniuose tyrimuose. Tikslus stiebo tūrio nustatymas svarbus vertinant medžių produktyvumą, medynų augimą ir medienos išteklius (Chapman, Meyer, 1949; Repšys, 1994).

Sekciniai stiebo matavimai laikomi vienu tiksliausių būdų stiebo tūriui nustatyti, nes medis suskaidomas į atskiras dalis, kurių tūriai apskaičiuojami pagal geometrines formules. Miško matavimo literatūroje plačiai aprašyti sekcinių tūrio nustatymo metodai, tarp jų – ir Huberio metodas, o sekcijų tūriui apskaičiuoti taikomos nupjauto kūgio bei kitos geometrines formulės (Chapman, Meyer, 1949; Edwards, 1983; Zianis et al., 2005).

Daugelio Europoje taikomų medžių stiebo tūrio lygčių pagrindiniai aiškinamieji kintamieji yra skersmuo 1,3 m aukštyje, medžio aukštis arba jų kombinacija, todėl šie rodikliai laikomi svarbiausiais modeliuojant stiebo tūrį (Zianis et al., 2005). Lietuvos apvaliosios medienos ir nenukirsto miško matavimo ir tūrio nustatymo taisyklėse taip pat akcentuojama skersmens ir aukščio svarba vertinant medžių tūrį (Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija, 2002).

Beržas yra miškininkystės požiūriu reikšminga rūšis, o jo svarba Europoje pastaraisiais metais vėl akcentuojama dėl rūšies potencialo miškininkystėje ir platesnių panaudojimo galimybių (Dubois et al., 2020). Todėl aktualu įvertinti, kaip karpotųjų beržų stiebo tūris priklauso nuo pagrindinių taksacinių rodiklių – skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio.

Tyrimo tikslas – įvertinti karpotųjų beržų stiebo tūrio priklausomybę nuo skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio.

Iškeltam tikslui pasiekti sprendžiami šie **uždaviniai**:

1. Nustatyti karpotųjų beržų stiebo tūrio priklausomybę nuo skersmens 1,3 m aukštyje.
2. Nustatyti karpotųjų beržų stiebo tūrio priklausomybę nuo medžio aukščio.
3. Įvertinti bendrą stiebo tūrio priklausomybę nuo skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio, sudarant daugialypės tiesinės regresijos ir logaritminį modelius.
4. Palyginti nupjauto kūgio formulę ir Huberio metodą apskaičiuotus karpotųjų beržų stiebo tūrius.

Tyrimo objektas ir metodai

Tyrimo objektas – karpotųjų beržų (*Betula pendula* Roth.) stiebai. Analizei naudoti 130 modeliųjų medžių duomenys. Iš viso apdoroti 1595 matavimo įrašai. Tyrimo duomenys surinkti Valstybinių miškų urėdijos Varėnos regioninio padalinio Matuizų girininkijoje: 579 kvartalo 35 sklype (16 medžių), 622 kvartalo 14a sklype (17 medžių) ir 623 kvartalo 9 sklype (97 medžiai).

Medžiai buvo matuojami dviem etapais. Prieš kirtimą nustatytas skersmuo ties šaknies kakleliu ir skersmuo 1,3 m aukštyje, o po medžių nukirtimo atlikti sekciniai stiebo matavimai, fiksuojant matavimo aukščius ir atitinkamus stiebo skersmenis. Kiekvienam medžiui buvo žinomas skersmuo ties šaknies kakleliu, skersmuo 1,3 m aukštyje, medžio aukštis, matavimo aukštis stiebo ir stiebo skersmuo tame aukštyje.

Medžių stiebai buvo suskaidyti į sekcijas tarp gretimų matavimo aukščių. Sekcijų tūriai apskaičiuoti taikant nupjauto kūgio formulę, o viršūnės tūris – kūgio formulę. Bendras stiebo tūris gautas sumuojant visų sekcijų ir viršūnės tūrius. Palyginimui stiebų tūriai taip pat apskaičiuoti Huberio metodu.

Stiebo tūrio priklausomybė nuo skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio vertinta regresinės analizės būdu. Sudaryti du paprastosios tiesinės regresijos modeliai: vienas pagal skersmenį 1,3 m aukštyje, kitas pagal medžio aukštį. Taip pat sudarytas daugialypės tiesinės regresijos modelis, kuriame kartu naudoti skersmuo 1,3 m aukštyje ir medžio aukštis bei logaritminis modelis.

Logaritminiam modeliui taikyta bendroji forma, pateikta 1 lygtyje:

$$\ln(V) = a + b \cdot \ln(d_{1,3}) + c \cdot \ln(h) \quad (1)$$

čia:

V – stiebo tūris, m³;

d_{1,3} – skersmuo 1,3 m aukštyje, cm;

h – medžio aukštis, m.

Logaritminiame modelyje buvo logaritmuoti visi trys kintamieji: priklausomas kintamasis V, taip pat nepriklausomi kintamieji d_{1,3} ir h.

Modelių tikslumas vertintas determinacijos koeficientu (R²), vidutine kvadratine paklaida (RMSE) ir vidutine absoliučiąja paklaida (MAE). RMSE ir MAE reikšmės papildomai išreikštos procentais nuo stebėtų stiebo tūrio reikšmių vidurkio.

Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas

Pagrindiniai tirtų medžių rodikliai pateikti 1 lentelėje. Nustatyta, kad vidutinis karpotųjų beržų skersmuo 1,3 m aukštyje buvo 21,67 cm, jo standartinis nuokrypis – 9,50 cm, vidutinis medžio aukštis – 19,18 m, o aukščio standartinis nuokrypis – 3,44 m. Vidutinis stiebo tūris pagal nupjauto kūgio formulę siekė 0,440 m³, o pagal Huberio metodą – 0,438 m³.

1 lentelė. Pagrindiniai tirtų beržų rodikliai

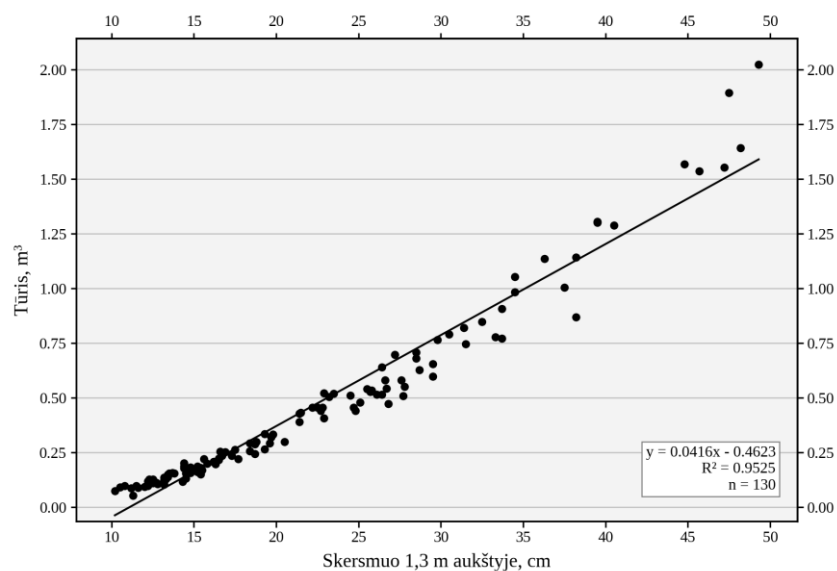
Table 1. Main characteristics of the analysed birch trees

Rodiklis <i>Indicator</i>	Reikšmė <i>Value</i>
Tirtų medžių skaičius <i>Number of analysed trees</i>	130
Vidutinis skersmuo 1,3 m aukštyje, cm <i>Mean diameter at 1.3 m height, cm</i>	21,67
Skersmens 1,3 m aukštyje standartinis nuokrypis, cm <i>Standard deviation of diameter at 1.3 m height, cm</i>	9,50
Vidutinis medžio aukštis, m <i>Mean tree height, m</i>	19,18
Medžio aukščio standartinis nuokrypis, m <i>Standard deviation of tree height, m</i>	3,44
Vidutinis stiebo tūris pagal nupjauto kūgio formulę, m ³ <i>Mean stem volume by the frustum formula, m³</i>	0,440
Stiebo tūrio pagal nupjauto kūgio formulę standartinis nuokrypis, m ³ <i>Standard deviation of stem volume by the frustum formula, m³</i>	0,405
Vidutinis stiebo tūris pagal Huberio metodą, m ³ <i>Mean stem volume by the Huber method, m³</i>	0,438

Nustatyta labai stipri stiebo tūrio priklausomybė nuo skersmens 1,3 m aukštyje. Modelis pagal skersmenį 1,3 m aukštyje aprašytas 2 lygtimi:

$$V = -0,4623 + 0,0416 \cdot d_{1,3} \quad (2)$$

Šio modelio determinacijos koeficientas buvo 0,9525. Tai rodo, kad skersmuo 1,3 m aukštyje yra pagrindinis rodiklis, paaiškinantis karpotųjų beržų stiebo tūrio kitimą.



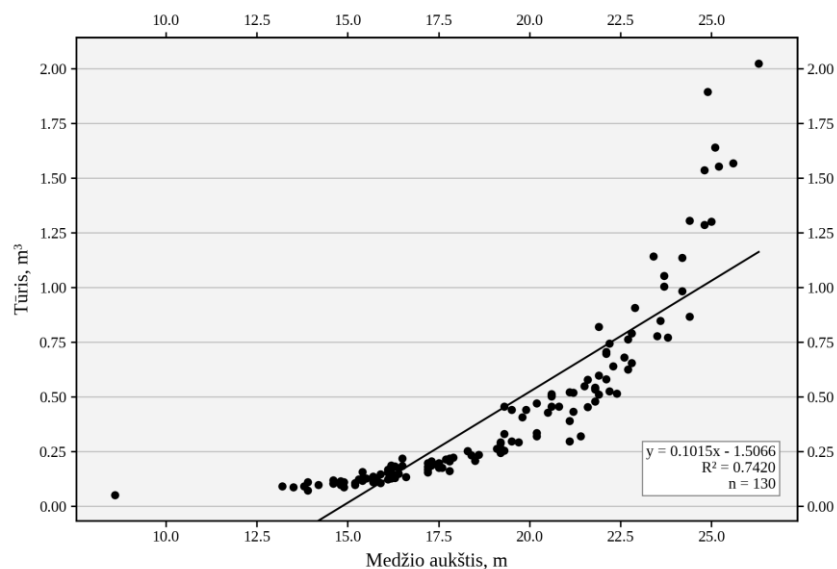
1 pav. Beržų stiebų tūrio priklausomybė nuo skersmens 1,3 m aukštyje

Fig. 1. Dependence of birch stem volume on diameter at 1.3 m height

Stiebo tūris taip pat buvo susijęs su medžio aukščiu, tačiau ši priklausomybė buvo silpnesnė negu ryšys su skersmeniu 1,3 m aukštyje. Tūrio priklausomybės nuo aukščio tiesinis modelis aprašytas 3 lygtimi:

$$V = -1,5066 + 0,1015 \cdot h \quad (3)$$

Šio modelio determinacijos koeficientas siekė 0,7420. Tai leidžia teigti, kad medžio aukštis yra svarbus stiebo tūrio kintamumą paaiškinantis rodiklis, tačiau vienas pats jis aprašo tūrio variaciją prasčiau negu skersmuo 1,3 m aukštyje.



2 pav. Beržų stiebų tūrio priklausomybė nuo medžio aukščio

Fig. 2. Dependence of birch stem volume on tree height

Vertinant skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio poveikį kartu, sudarytas daugialypės tiesinės regresijos modelis, pateiktas 4 lygtyje:

$$V = -0,0960 + 0,0519 \cdot d_{1.3} - 0,0307 \cdot h \quad (4)$$

Šio modelio determinacijos koeficientas buvo 0,9626, RMSE – 0,0781 m³, o MAE – 0,0530 m³. Palyginti su modeliais, kuriuose naudotas tik vienas aiškinamasis kintamasis, daugialypės tiesinės regresijos modelis buvo tikslesnis. Vis dėlto aukščio koeficientas šiame modelyje yra neigiamas, todėl jo nereikėtų interpretuoti kaip tiesioginės biologinės išvados. Statistiškai tiksliau teigti, kad kartu vertinant abu kintamuosius didelė tūrio variacijos dalis jau paaiškinama skersmeniu 1,3 m aukštyje, o aukščio papildomas indėlis pasireiškia bendroje modelio struktūroje.

Didžiausią tikslumą parodė logaritminis modelis, pateiktas (5) lygtyje:

$$\ln(V) = -9,2099 + 1,5686 \cdot \ln(d_{1,3}) + 1,1368 \cdot \ln(h) \quad (5)$$

Ekvivalentinė logaritminio modelio forma pateikta 6 lygtyje:

$$V = 0,0001000 \cdot d_{1,3}^{1,5686} \cdot h^{1,1368} \quad (6)$$

Logaritminio modelio determinacijos koeficientas siekė 0,9876, RMSE – 0,0530 m³, o MAE – 0,0323 m³. Tai buvo didžiausias R² ir mažiausios paklaidos iš visų nagrinėtų modelių, todėl šis modelis tiksliausiai aprašė karpotųjų beržų stiebo tūrio priklausomybę nuo skersmens 1,3 m aukštyje ir medžio aukščio.

Tūrio modelių tikslumo rodikliai pateikti 2 lentelėje. Procentinės RMSE ir MAE reikšmės apskaičiuotos nuo stebėtų stiebo tūrio reikšmių vidurkio.

2 lentelė. Beržų stiebo tūrio modelių tikslumo rodikliai

Table 2. Accuracy indicators of birch stem volume models

Modelis Model	R ²	Vidutinė kvadratinė paklaida, m ³ (%) Root mean square error, m ³ (%)	Vidutinė absoliučioji paklaida, m ³ (%) Mean absolute error, m ³ (%)
Skersmens 1,3 m aukštyje modelis	0,9525	0,0880 (20,01)	0,0605 (13,75)
Aukščio modelis	0,7420	0,2050 (46,62)	0,1435 (32,64)
Skersmens 1,3 m aukštyje ir aukščio modelis	0,9626	0,0781 (17,76)	0,0530 (12,05)
Logaritminis modelis	0,9876	0,0530 (12,04)	0,0323 (7,35)

Pastaba. Procentinės paklaidos apskaičiuotos nuo stebėtų stiebo tūrio reikšmių vidurkio.

Note. Percentage errors were calculated from the mean observed stem volume.

Palyginus stiebų tūrius, apskaičiuotus nupjauto kūgio formule ir Huberio metodu, nustatyta, kad jų rezultatai praktiškai sutampa. Vidutinis skirtumas tarp jų sudarė tik -0,0014 m³, arba -0,43 %. Tai rodo, kad Huberio metodas duoda nežymiai mažesnius tūrius, tačiau praktine prasme abu metodai yra labai artimi.

Gauti rezultatai atitinka bendrą miško matavimo literatūroje vyraujančią kryptį, kad medžio stiebo tūrio modeliuose svarbiausi aiškinamieji kintamieji paprastai yra skersmuo ir aukštis arba jų matematinės kombinacijos.

Išvados

1. Karpotųjų beržų stiebų tūris labai glaudžiai priklauso nuo skersmens 1,3 m aukštyje, o modelis pagal šį rodiklį paaiškino 95,2 % stiebo tūrio variacijos.

2. Medžio aukštis taip pat susijęs su stiebo tūriu, tačiau modelis pagal medžio aukštį buvo mažiau tikslus negu modelis pagal skersmenį 1,3 m aukštyje.

3. Kartu naudojant skersmenį 1,3 m aukštyje ir medžio aukštį, stiebo tūris aprašytas tiksliau, o didžiausią tikslumą parodė logaritminis modelis.

4. Nupjauto kūgio formule ir Huberio metodu apskaičiuoti stiebo tūriai praktiškai sutapo, todėl abu metodai nagrinėtame duomenų rinkinyje davė labai artimus rezultatus.

Literatūra

- Chapman, H. H., & Meyer, W. H. (1949). *Forest mensuration*. McGraw-Hill Book Company.
- Dubois, H., Verkasalo, E., & Claessens, H. (2020). Potential of birch (*Betula pendula* Roth and *B. pubescens* Ehrh.) for forestry and forest-based industry sector within the changing climatic and socio-economic context of Western Europe. *Forests*, 11(3), 336. <https://doi.org/10.3390/f11030336>
- Edwards, P. N. (1983). *Timber measurement: A field guide* (Forestry Commission Booklet No. 49). H.M.S.O.
- Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija. (2002). *Apvaliosios medienos bei nenukirsto miško matavimo ir tūrio nustatymo taisyklės* (Isakymas Nr. 631, 2002 m. gruodžio 10 d., suvestinė redakcija nuo 2025 m. liepos 1 d.).
- Repšys, J. (1994). *Miško taksacija*. Mokslas.
- Zianis, D., Muukkonen, P., Mäkipää, R., & Mencuccini, M. (2005). *Biomass and stem volume equations for tree species in Europe*. *Silva Fennica Monographs*, 4. <https://doi.org/10.14214/sf.sfm4>

DEPENDENCE OF SILVER BIRCH (*Betula pendula* Roth.) STEM VOLUME ON DIAMETER AT BREAST HEIGHT AND TREE HEIGHT

Abstract

The study assessed silver birch (*Betula pendula* Roth.) stem volume using sectional stem measurements. Data from 130 model trees were analysed, comprising 1,595 measurement records. Diameter at the root collar and diameter at 1.3 m height were measured before felling, whereas sectional stem measurements were taken after the trees had been

felled. Stem volume was calculated using the frustum formula, and the Huber method was additionally applied for comparison. Four stem volume models were analysed: a single-variable diameter model, a single-variable height model, a multiple linear model, and a logarithmic model. The mean stem volume calculated by the frustum formula was 0.440 m³, while the mean volume calculated by the Huber method was 0.438 m³. The diameter model explained 95.2% of stem volume variation, the height model explained 74.2%, the multiple linear model explained 96.3%, and the logarithmic model showed the highest accuracy with a coefficient of determination of 0.9876. Comparison of stem volumes calculated by the frustum formula and the Huber method showed that the results were practically identical.

Keywords: silver birch, stem volume, frustum formula, Huber method, diameter at 1.3 m height.