

Kritinės refleksijos raiška patirtinio matematinio ugdymo kontekstuose

Vaiva Grabauskienė¹, Oksana Mockaitytė-Rastėnienė²

¹ Lietuvos edukologijos universitetas, Ugdymo mokslų fakultetas, Ugdymo pagrindų katedra, Studentų g. 39, 08106 Vilnius, vaiva.grabauskiene@leu.lt

² Lietuvos edukologijos universitetas, Ugdymo mokslų fakultetas, Ugdymo pagrindų katedra, Studentų g. 39, 08106 Vilnius, oksanamockaityte@gmail.com

Anotacija. Matematinio samprotavimo mokymasis neatsiejamas nuo kritinės refleksijos raiškos. Šiame straipsnyje aptarti ir palyginti suaugusiųjų ir vaikų patirtinės mastelio tyrinėjimo veiklos metu išsakytų refleksijų raiškos bruožai. Nagrinėti problemos iškėlimo, jos analizės, klausimų ir atsakymų formulavimo aspektai. Įvardyti refleksijos kritiškumo; abstraktumo ir praktinio pagrindo dermės; refleksijos formuluotės panašumai ir skirtumai.

Esminiai žodžiai: matematinis samprotavimas, patirtinis mokymasis, kritinės refleksijos, refleksijų palyginimas.

Įvadas

Prastėjant mokinių matematikos mokymosi pasiekimams, auga mokslininkų susidomėjimas matematinio samprotavimo raida ir prasmingesnio matematinio ugdymo prielaidomis. Mėginant moksliškai pagrįsti matematinio samprotavimo mokymosi procesą, nagrinėjama:

- matematinio samprotavimo sąvoka ir prasmė (Arzarello, Robutti ir Bazzini, 2005; Clarke D. M., Clarke, D. J. ir Sullivan, 2012);
- matematinio samprotavimo procesas, bruožai (Arzarello et al., 2005; Verhoef ir Broekman, 2005; Prusak, Hershkowitz ir Schwarz, 2011; Eraslan ir Cant, 2015);
- konceptualaus ir formalaus matematinio samprotavimo taikymas ugdyme (Kuo, Hull, Gupta ir Elby, 2013) bei vien sintakse grindžiamo samprotavimo nulemtos uždavinių sprendimo klaidos (Arzarello et al., 2005; Easdown, 2009);

- mokymosi samprotauti santykis su įrodymų aiškinimusi (Stylianides, 2012) bei pradinių klasių mokiniams suprantamų įrodymų pavidalas (Richardson, Carter ir Berenson, 2010).

Šios matematinio samprotavimo mokymosi temos dažniausiai aptariamose specializuotai gilinantis į kurio nors amžiaus ugdytinių matematikos mokymosi problemas. Tačiau matematinio samprotavimo raidos bruožus papildomai padėtų išryškinti skirtingos matematinės brandos ugdytinių samprotavimo ta pačia matematine tema tyrimai. Kadangi abstraktus matematinis samprotavimas yra matematinio ugdymo siekiamybė, norint suprasti, kaip ugdyti vaikus, tampa prasminga lyginti gimininguose matematinio ugdymo kontekstuose suaugusiųjų ir vaikų formuluojamus matematinius samprotavimus. Taip kyla probleminis klausimas: kuo skiriasi vaikų ir suaugusiųjų (ne matematikų) matematinis samprotavimas?

Matematinis samprotavimas yra procesas, pasižymintis hipotezių iškėlimu ir iš jų išaugančiu sąmoningu matematinės idėjos tyrinėjimu (Clarke et al., 2012). Tyrinėjama gilinantis į sąvokų ir vaizdavimo būdų matematines prasmes, pastebint sąsajas, ieškant argumentų ir kritiškai vertinant atradimus.

Kadangi matematinis samprotavimas apima tikrinimą, tikslinimą ir matematinį apibendrinimą (Clarke et al., 2012), jis sietinas su matematinį idėjų kritinės refleksijos sąvoka. Refleksijos atsiranda iš procesų, kuriuose dėmesys nukrypsta į prieštaravimus. Reflektuojant pervertinama turima patirtis. Ji analizuojama ir įtraukiama į mokymąsi (Beaudin ir Quick 1995). Refleksijos yra mokymąsi ir mąstymą skatinanti priemonė, padedanti struktūruoti mokymąsi. Refleksijos gali būti skirtingo gylio, sudėtingumo, kritiškumo (Coulson ir Harvey, 2013).

Kritinė refleksija yra problemos identifikavimo, analizės ir klausinėjimo procesas, nulemiantis esminę diskusijų objekto asmeninio supratimo kaitą (Roessger, 2014). Šia prasme matematinė kritinė refleksija laikytina matematinio samprotavimo priemone, padedančia organizuoti gilinimąsi į matematikos turinį. Todėl matematinio ugdymosi metu išsakytų kritinių refleksijų analizė gali suteikti vertingos informacijos apie matematinio samprotavimo mokymąsi.

Matematinio samprotavimo mokymasis mokykloje prasideda pabandymu, lietim, stebėjimu ir matymu. Sąveika su realybe itin svarbi, nes iš asmeninės patirties konstruojamos prasmės padeda geriau suprasti teoriją. Patirtinio mokymosi esmė yra paskatinti mokinių supratimo gylio transformacijas (Hoggan, 2016). Transformuoto supratimo pagrindas yra patirtinėje veikloje vykdomi veiksmai ir refleksijos. Taip mokantis nuolat keliami klausimai: „Kas atsitiko? Kaip aš tai supratau? Ką tai reiškia?“ (Beaudin ir Quick, 1995).

Toks mokymasis reikalauja specialiai sudaryti sąlygas, kad mokiniai aktyviai įsitrauktų į matematinį žinių konstravimą (Arzarello et al., 2005). Jis atitinka suaugusiųjų mokymąsi apibūdinančią transformatyvaus mokymosi sampratą (Mezirow, 1997): nauja informacija yra tik resursas mokantis. Kad taptų prasminga, ji turi įsikomponuoti į turimą supratimą. Tik kartais mokiniui tenka padėti tai padaryti.

Ilgą laiką manyta, jog transformatyvus mokymasis nesuderinamas su vaikų mokymusi mokykloje (Mezirow, 1997). Tačiau būtent patirtinis mokymasis jaunesniajame mokykliniame amžiuje sukuria sąlygas realioje veikloje pastebėti ir geriau suprasti matematines idėjas. Kartu atsiranda prielaidos kritinėms refleksijoms. Tokios refleksijos ypač tikėtinos mokinių patirtiniam ugdymui tikslingai parinkus kritiniam matematinių vaizdinių pertvarkymui tinkamą temą.

Todėl patikslintas probleminis klausimas formuluotinas taip: kuo skiriasi patirtinėje matematinėje veikloje išsakytos vaikų ir suaugusiųjų (ne matematikų) kritinės refleksijos?

Straipsnio tikslas – išryškinti suaugusiųjų ir gabių pradinų klasių mokinių kritinių refleksijų panašumus ir skirtumus.

Tyrimo objektas – III kurso universiteto studentų ir III–IV klasės gabių mokinių refleksijų bruožai.

Tyrimo uždaviniai:

1. Apibūdinti patirtinio matematinio ugdymo metu išsakytas refleksijas.
2. Analizuojant kritinės refleksijos raišką skirtinguose patirtinio matematinio ugdymo kontekstuose, palyginti suaugusiųjų ir vaikų kritinių refleksijų bruožus.

Patirtinio matematinio ugdymo kontekstu šiame tyrime vadinsime refleksijų išsakymo aplinkybes, susidedančias iš patirtinės veiklos organizavimo ypatumų ir patirtinėje veikloje atsiskleidžiančio matematinio turinio. Pažymėtina, jog dėl skirtingo tiriamųjų amžiaus, abu šiame tyrime taikyti kontekstai labiausiai skyrėsi organizavimu.

Bendra tyrimo charakteristika

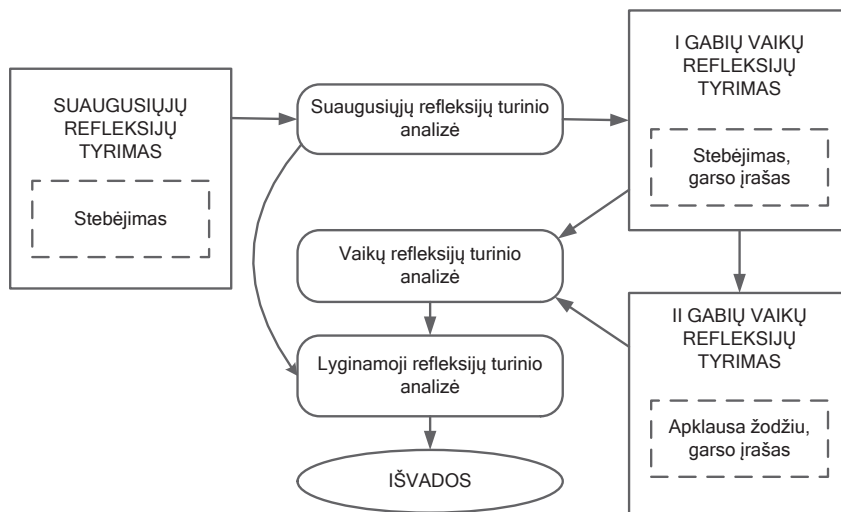
Mezirow'o (1997) transformatyvaus mokymosi teorijos požiūriu suaugusiųjų mokymasis pasižymi patirčių reflektavimu ir išylančių problemų sprendimo ieškojimu kritinės refleksijos būdu. Tyrimo idėja grindžiama hipoteze, jog specialiai sukurtos patirtinio matematikos mokymosi veiklos mokantis logiškai tiksliai samprotauti pradinėse klasėse gali paskatinti jaunesniojo mokyklinio amžiaus vaikų refleksijas, kurios suteiks iki tol mokinių įvaldytam matematiniam turiniui naujas prasmes.

Straipsnyje lygiagrečiai analizuojamos būsimųjų pradinio ugdymo pedagogų ir gabių pradinų klasių mokinių refleksijos, užfiksuotos šių dviejų imčių tiriamiesiems atskirai dalyvaujant giminingo scenarijaus praktinėje mastelio tyrinėjimo veikloje. Mastelio tema patirtiniam mokymuisi buvo pasirinkta dėl tarpdiscipliniškumo ir tinkamumo kritiniam matematinių vaizdinių pertvarkymui. Kuriant veiklą, remtasi jaunesniojo mokyklinio amžiaus vaikų matematiniam ugdymui aktualiu principu: *konkretu – schematiška – abstraktu* (Larkin, 2016).

Veikloje taikytos tarpusavyje susijusios užduotys. Tokios užduotys apima atvirouosius klausimus, reikalaujančius laisvų atsakymų ir taip skatinančius mokinių samprotavimą. Susijusių užduočių pateikimo mokiniams tikslas yra generuoti diskursą, kuriame galima tikėtis įvairius gebėjimų lygius atitinkančių sprendimų. Tarpusavyje susijusios užduotys

dalijasi sąsajomis, kontekstais, savybėmis ir / ar operacijomis. Šio tipo užduotys yra vienas iš būdų paskatinti samprotavimą bet kurioje ugdymosi pakopoje (Richardson et al., 2010).

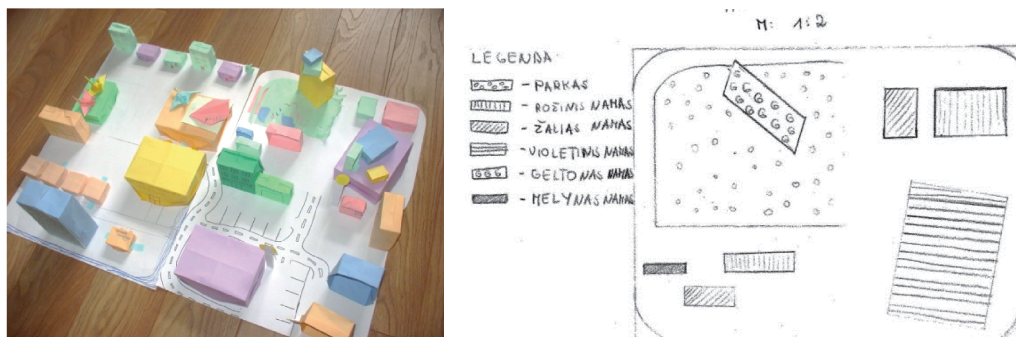
Tyrimo logika pavaizduota 1 paveiksle.



1 pav. Suaugusiųjų ir vaikų patirtinio matematinio ugdymosi refleksijų tyrimo logika

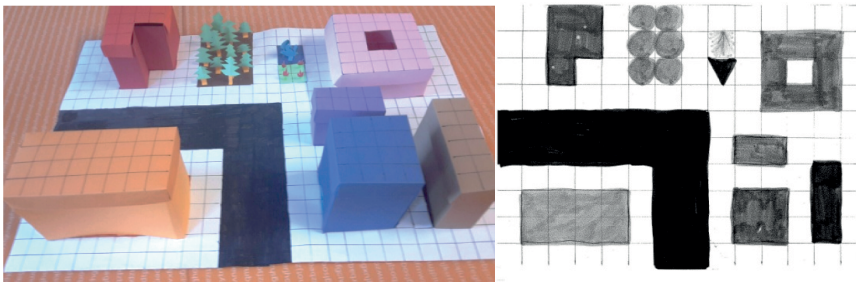
Buvo pradėta nuo suaugusiųjų tyrimo, nes vaikams dėl amžiaus norėta pasiūlyti tik išgrynintus patirtinio mokymosi veiklos žingsnius. Nuo gabių vaikų refleksijų I iki II tyrimo praėjo vienos savaitės laikotarpis.

Pirmasis patirtinio matematinio ugdymosi kontekstas. Tikslinga suaugusiųjų veikla apėmė pastatus vaizduojančių dėžučių ir kitų miesto elementų gaminimą, miesto suklijavimą ant popieriaus pagrindo (2 pav.); miesto plano brėžimą ant mažesnio nei miestas popieriaus lapo; patirtimi grindžiamo mastelio apibrėžimo formulavimą.



2 pav. Suaugusiųjų sukonstruoti miesto modeliai ir miesto fragmento planas

Antrasis patirtinio matematinio ugdymosi kontekstas. Gabių vaikų supažindinimo su mastelio sąvoka procesas buvo pakoreguotas atsižvelgiant į suaugusiųjų veiklos sunkumus. Mokinių patirtinė veikla buvo supaprastinta, atsisakant miesto modelio konstravimo ir skiriant daugiau dėmesio ilgio, pločio, ploto santykiui tyrinėti. Miesto modelis buvo pagamintas iš anksto, vaizdavimo patogumui panaudojant languotą popierių (3 pav.). Mokiniai gilinasi į dalijant popieriaus lapą atsiradusius matmenų pokyčius, skirtingo dydžio dėžučių matmenų santykį bei brėžė miesto planą ant mažesnio nei miesto modelis popieriaus lapo.



3 pav. Miesto modelis ir pradinių klasių mokinio nupieštas miesto planas

Patirtinis gilinimasis į mastelio sąvoką vyko tiriamiesiems dirbant nedidelėmis grupėmis. Suaugusieji grupėmis dirbo visi tuo pačiu metu. Su gabiais vaikais patirtinė veikla vyko kiekvienai 3–4 vaikų grupei atskirai, nes taip buvo patogiau daryti garso įrašą bei išmėginti patirtinės matematinės veiklos scenarijaus tobulinimo galimybes, siekiant kiek įmanoma įvairesnių pradinių klasių mokinių refleksijų mastelio tema.

Tyrimo metodai. Buvo pasirinktas atvejo (angl. *multiple instrumental case*) tyrimas, susidedantis iš dviejų atvejų. Atvejais čia vadinami patirtinio matematinio ugdymosi kontekstai. Kontekstuose išsakytų refleksijų palyginimas leidžia atsakyti į probleminį klausimą: kuo skiriasi patirtinėje matematinėje veikloje išsakytos vaikų ir suaugusiųjų kritinės refleksijos?

Nors analizuojamos specifinės mastelio patirtinės veiklos metu išsakytos refleksijos, tačiau pasirinkti atvejai iliustruoja bendresnę vaikų ir suaugusiųjų matematinio samprotavimo problematiką.

Duomenys buvo renkami atliekant nestruktūruotą stebėjimą, apklausą žodžiu ir darant garso įrašus. Taikyta kokybinė duomenų turinio (angl. *content*) analizė.

Tyrimo priemonės. Kadangi atvejo tyrimo tikslas yra įgyti gilų atvejo supratimą, turi būti renkami kuo įvairesni duomenys (Creswell, 2008). Šiame tyrime duomenys buvo sukaupti iš viso trimis būdais, atsižvelgiant į patirtinio ugdymo kontekstą ir pagaudintą detalumą.

Suaugusiųjų refleksijų nestruktūruoto stebėjimo rezultatai buvo užrašyti būsimųjų pradinio ugdymo pedagogų patirtinės mastelio veiklos metu, tiriamiesiems aktyviai dis-

kutuojančią apie iškilusius klausimus. Buvo užfiksuotos miesto erdviųjų elementų dydžio refleksijos; ilgio, ploto, tūrio įvertinimo refleksijos; gatvių išsidėstymo refleksijos; plano dydžio refleksijos. Šios refleksijų temos tapo pagrindu projektuojant pradinį klasių mokinių patirtinį matematinį ugdymą.

Vaikų tyrime taikytos apklausos žodžiu klausimais mėginta mokinius paskatinti apibendrinti patirtinio matematinio ugdymosi atradimus ir taip papildyti duomenis. Norėta išsiaiškinti:

- Kokius skirtumus tarp miesto ir plano pastebi mokiniai?
- Kaip mokiniai paaiškina miesto plano kraštinių ilgį?
- Kaip mokiniai paaiškina ploto pasikeitimą?
- Kaip mokiniai supranta mastelio paskirtį?

Tyrimo imtis. Tyrime dalyvavo 13 universiteto III kurso studentų ir 16 gabių miesto mokyklos III–IV klasės mokinių. Gabūs mokiniai papildomam ugdymui mokykloje yra atrinkti taikant Vekslerio (angl. *Wechslerio*) intelekto skalę vaikams.

Duomenų analizės procedūros. Atvejo tyrime duomenų analizė pradedama jų aprašymu, po to jie analizuojami ir interpretuojami. Tipinė analizės procedūra keletui atvejų (šiam darbe – kontekstų) apima kiekvieno atvejo atskirą analizę ir jungtinę analizę, padedančią išskirti bendrybes ir atskirumus (Creswell, 2008).

Duomenų analizei buvo surinkti išnagrinėjus nestruktūruotai stebint, taip pat garso įrašė užfiksuotas refleksijas. Buvo pasirinkta refleksijų turinio kokybinės analizės technologija. Tyrimo duomenų analizė pradėta refleksijų aprašymu. Toliau tiriamųjų refleksijos buvo grupuojamos įvardijant charakteringas refleksijų temas. Skirtingose tiriamųjų grupėse (suaugusiųjų ir gabių vaikų) kiekvienai išskirtai refleksijų temai buvo ieškota kritinės refleksijos bruožų.

Apibendrinant suaugusiųjų ir gabių vaikų patirtinės mastelio tyrinėjimo veiklos metu išsakytas refleksijas, remtasi kritinės refleksijos apibrėžime (Roessger, 2014) išvardytais skiriamaisiais bruožais: problemos identifikavimas, analizė, klausimai ir atsakymai kaip matematinės problematikos supratimo būdo raiška.

Lyginamoji tyrime dalyvavusių suaugusiųjų ir vaikų refleksijų analizė buvo atlikta schematiškai sugretinant skirtingose refleksijų temose išryškėjusių kritinių refleksijų bruožus. Ji leido suformuluoti išvadą apie suaugusiųjų ir gabių pradinį klasių mokinių matematinio samprotavimo panašumus ir skirtumus.

Tyrimo rezultatai ir jų analizė

Patirtinio matematinio ugdymosi refleksijos. Patirtinėje mastelio transformacijos savybių aiškinimosi veikloje išryškėjo 4 pagrindinės refleksijų temos:

- ilgio, ploto, tūrio įvertinimo refleksijos;
- miesto erdviųjų elementų dydžio refleksijos;
- gatvių išsidėstymo refleksijos;
- plano dydžio refleksijos.

Kiekviena tema susijusi su patirtinėje mastelio veikloje atsiskleidžiančiu mastelio sąvokos sudėtingumu. Ilgio, ploto, tūrio matavimai vienas nuo kito skiriasi matavimo vienetų dimensija ir vienetų kiekio apskaičiavimo tvarka. Kita vertus, visais šiais atvejais įvertinamas dydis, todėl susiformuoja išankstinė nuostata, jog dėl mastelio taikymo atsiradę pokyčiai bus tarpusavyje panašūs. Patirtinėje veikloje pastebėtas ilgio, ploto, tūrio pokyčių nesuderinamumas daro didelį įspūdį ir kelia daug klausimų diskusijai.

Nestruktūruoto stebėjimo rezultatai rodo, jog suaugusiųjų grupėje svariausi matematinio turinio atradimai buvo padaryti reflektuojant būtent apie skirtingos dimensijos matavimų rezultatų santykį. Kritinė refleksija prasidėjo nuo klausimo *kiek kartų dėžutė mažesnė už kitą dėžutę, jei skirtingų dėžučių briaunų ilgių santykis yra 1 : 2*. Reflektuojant buvo įsisąmonintas atradimas apie ilgio, ploto, tūrio santykį bei mastelio prigimtį (1 ir 2 lentelės).

1 lentelė

Suaugusiųjų refleksijos vertinant ilgį

- *Visi ilgiai padidėjo du kartus;*
- *Mastelis 1 : 2 atsižvelgiant į ilgio pokyčius.*

Į kylančius klausimus suaugę tiriamieji pirmiausia ieškojo atsakymų logiškai samprotaudami, o tik po to samprotavimo rezultatą buvo sugalvota patikrinti praktiškai.

2 lentelė

Suaugusiųjų refleksijos vertinant plotą, tūrį

- *Plotas padidėjo keturis kartus;*
- *Tūris padidėjo aštuonis kartus;*
- *Remiamasi, kiek maždaug dėžučių telpa į tą dėžutę, kurios dydį norime įvertinti.*
- *Nereikia net lankstyti; pakanka popieriaus lapą vis dalyti pusiau.*

Tęsiantis veiklai, buvo suprata, jog norint patikrinti pastebėtą ilgio, ploto, tūrio dydžių santykį, *nereikia net lankstyti; pakanka popieriaus lapą vis dalyti pusiau* (2 lentelė). Šis atradimas buvo kūrybiškai pritaikytas miesto pastatų dydžio brėžinyje numatymui bei pasirenkant lapo, reikalingo miestui vaizduoti, dydį.

Miesto erdviųjų elementų dydžio refleksijos atsirado tik tuomet, kai reikėjo pavaizduoti miesto modelį plane. Pastebėjus sukonstruoto miesto modelio panašumą į pažįstamą vietovę, buvo suabejota pastatų dydžių proporcijomis. Ši refleksija iš esmės matematinių sąvokų supratimo nepakeitė, tačiau leido suformuluoti patirtimi grindžiamą taisyklę. Suaugusiųjų refleksija apie objektų dydį rodo proporcingo vaizduojamų ilgių keitimo supratimą (3 lentelė).

3 lentelė

Suaugusiųjų refleksijos vertinant erdvinių elementų dydį

- *Dėžutė kaip kvadrato pagrindas netinkama, abu matmenys turi būti suderinti su realaus objekto forma ir dydžiu*
-

Miesto gatvių išsidėstymo refleksijos pasižymi optimalaus gatvių ir pastatų vietos ir formos pasirinkimo naudingumo supratimu (4 lentelė). Pastaroji refleksija kilo iš noro supaprastinti vaizdavimą. Šalia to buvo pastebėta, jog brėžiniui brėžti patogiau rinktis languotą popierių.

4 lentelė

Suaugusiųjų refleksijos vertinant gatvių ir pastatų išdėstymą

- *Kai bet kokia tvarka, kreivos linijos, tuomet komplikuojasi brėžinio brėžimas*
-

Prasmingą miesto plano dydžio numatymą iliustruoja refleksijų variantų įvairovė (5 lentelė) bei suaugusiųjų individualiai nupiešti miesto planai (1 pav.): iš keturių grupių ypač vienoje kilo diskusijos apie planui reikalingo popieriaus lapo dydžio pasirinkimą. Pažymėtina, jog visi grupės nariai pasirinko skirtingus vaizdavimo variantus.

Vienos grupės nariai nusprendė, kad patogiau ne lapo dydį derinti prie mastelio, o rinktis patogų lapo dydį (A4), ir tada tik suskaičiuoti, kokio mastelio reikia. Toks požiūris demonstruoja gebėjimą lanksčiai taikyti mastelio sąvoką praktinėje veikloje.

5 lentelė

Suaugusiųjų refleksijos vertinant planui reikalingo popieriaus lapo dydį

- *Jei miestas A3, tai planui pakanka A5.*
 - *Arba galima imti A4, ir jame galima nusibrėžti stačiakampį A5 dydžio, ir liko vietos sutartiems ženklams.*
 - *Arba nubrėžti A4 dydžio ir suskaičiuoti iš anksto, kiek kartų sumažinti reikės kiekvieną matmenį, t. y. koks mastelis.*
-

Apibendrinant suaugusiųjų patirtinėje matematikos mokymosi veikloje kilusias refleksijas galima teigti, jog būsimieji pedagogai aktyviai patys kelia su matematiniu bei didaktiniu turiniu susijusius klausimus, pateikia įvairias atsakymų versijas, linkę tikrinti hipotezių teisingumą kritiškai samprotaudami, praktiškai pasitikrinti dažniausiai prisimena tik apsvarstę visas galimas atsakymų versijas.

Garso įrašų rezultatai rodo, kad vaikų grupėje svariausi atradimai matematiniame turinyje buvo padaryti taip pat reflektuojant apie ilgio, ploto ir tūrio santykį. Nors praktinėje veikloje išsiaiškinti dydžių santykiai darė didelį įspūdį, vaikams buvo sunku atpažinti giminingas situacijas, kuriose naujoji patirtis taip pat gali būti pritaikyta. Panašu, jog patirtiniu būdu mokantis matematikos jaunesniajame mokykliniame amžiuje

yra būtinas mokytojo organizuojamas grupės narių komunikavimas. Tyrimo metu mokytojo pasiūlytas papildomas (paprastesnis) ilgio ir ploto santykio tyrinėjimas keičiant tik vieną popieriaus lapo matmenį bei pateikti kryptingi klausimai mokiniams padėjo susieti skirtingose situacijose besireiškiančius giminingus dėsningumus.

Gabių vaikų refleksijos vertinant ilgį (6 lentelė) apima praktinių ilgio pasikeitimo tikrinimų pastebėjimus bei vaizduojant miesto planą kylančių klausimų sprendimo svarstymus. Tą pačią praktinėje veikloje nustatytą matematinę taisyklę vaikai formuluoja įvairiai (su praktiniais veiksmais susieta apibendrinamoji išvada; taisyklės taikymo konkrečioje situacijoje skaitinis rezultatas; minimalią žodinę raišką iliustruojantys gestai).

6 lentelė

Gabių vaikų refleksijos vertinant ilgį

I TYRIMAS
<i>Didesnio stačiakampio ilgis yra 2 kartus ilgesnis už mažesnio stačiakampio ilgį (dedant kraštinę prie kraštinės).</i> <i>Perlenkus stačiakampį per plotį pusiau, sumažėjo plotis ir plotas. Ilgis liko toks pat.</i> <i>Santykis 1 : 2. Į vieną langelį – du langeliai. Kaip tai suprasti? A, tai čia 4 langeliai, o čia kaip 2.</i> <i>Perlenkti lapelį pusiau. Tai dabar plotį padalijam pusiau, bus 7 cm, o ilgis lieka toks pat – 20 cm.</i>
II TYRIMAS
<i>Modelio bei plano pastatų ilgis ir plotis – dvigubai mažesnis.</i>

Panašios tendencijos matyti gilinantis į 7 lentelėje pateiktus ploto ir tūrio vertinimus. Tik pažymėtina, jog vaikus mažiau stebina ir mažiau klausimų jiems kelia ploto nei tūrio pokyčiai. Gali būti, jog to priežastis yra dėl mažesnės dimensijos lengviau sumodeliuojamas ir pastebimas ilgio ir ploto dydžių santykis.

7 lentelė

Gabių vaikų refleksijos vertinant plotą, tūrį

I TYRIMAS
<i>Didesnio stačiakampio plotą padengia 4 mažesni stačiakampiai.</i> <i>Plotas sumažėjo 4 kartus: žiūrėkite – čia yra 2 ir čia yra 2, todėl 4.</i> <i>Tai kokio čia dydžio bus dėžutė? Bus galima padaryti skyrelį (didelės ir mažos dėžutės lankstymas).</i> <i>Ilgis ir plotis sumažėjo 2 kartus, o plotas sumažėjo 4 kartus. Tūris sumažėjo 2... 3... 8 kartus?</i>

II TYRIMAS

- *Dvigubai didesnis ar mažesnis ilgis ir plotis. Plotas sumažėjo 4 kartus.*
 - *Ilgis ir plotis priklauso tam pačiam plotui. Jeigu sumažėja ilgis, tai sumažėjo ir plotas, o sumažėjus pločiui, vėl sumažėja plotas. Kadangi ilgis ir plotis sumažėjo 2 kartus, tai ir plotas sumažėjo 4 kartus.*
 - *Plotas yra ilgesnis negu kraštinės, nes ten daugiau langelių.*
 - *Sudauginus ilgio ir pločio sumažinimo santykį, gaunamas ploto sumažėjimo santykis.*
-

Gabių vaikų refleksijos vertinant miesto erdvių elementų dydį apima Lietuvos žemėlapių atstumų tyrinėjimo išvadas ir praktiškai vaizduojant miesto planą kylančių klausimų sprendimus (8 lentelė). Taikoma įžanginėse veiklose įgyta matematinė patirtis. Formuluodami aktualius pastebėjimus, mokiniai aptaria ir erdvinius, ir dydžių santykius. Nors kai kurie užfiksuoti samprotavimai labai susiję su būtent šioje patirtinėje veikloje kilusiais klausimais ir netgi tiksliais miesto modelį atitinkančiomis detalėmis, tokios refleksijos rodo gabių pradinių klasių mokinių gebėjimą analizuoti įvairiose situacijose aptinkamus ir įvairiais būdais besireiškiančius ilgio ir ploto, taip pat erdvinius santykius.

8 lentelė

Gabių vaikų refleksijos vertinant erdvių elementų dydį

I TYRIMAS

- *Miesto modelyje namo ilgis 8 langeliai, tai miesto plane bus 4.*
 - *Pirmiau braižome visa namą be ertmės, tik vėliau nubraižome ertmę atskaičiuodami atstumą nuo namo krašto iki ertmės.*
 - *Šitame žemėlapyje nerandame mažų ežerų ir kaimų, nes jie būtų gal taško dydžio.*
-

II TYRIMAS

- *Miesto detalės iškilios, o plano nupieštos.*
 - *Vieno pasirinkto pastato plotas yra 4 kartus mažesnis.*
-

Refleksijoms apie gatvių ir pastatų išsidėstymą dėmesio patirtinėje matematinėje veikloje būta mažai. Tai galėjo nulemti paprasto ir dar iki veiklos pagaminto miesto modelio taikymas. Vis dėlto pažymėtina, jog 9 lentelėje užfiksuotas refleksijos pavyzdys siejasi su refleksijomis apie erdvių elementų dydį ir rodo, jog gabūs pradiniai mokiniai geba sieti prigimtimi skirtingų objektų erdvinius ir kiekybinius santykius bei pateikti pasiūlymą, kaip tokius santykius galima paprastai pavaizduoti.

9 lentelė

Gabių vaikų refleksijos vertinant gatvių ir pastatų išdėstymą

I TYRIMAS

- *Pirmiau brėžiam oranžinį namą ir beliks tik atskaičiuoti 1 langelio atstumą iki gatvės.*

Gabių vaikų refleksijos vertinant miesto planui reikalingo popieriaus lapo dydį atspindi patirtiniame ugdyme įgytą supratimą apie ilgio ir ploto santykio pasikeitimą, proporcingai sumažinus ilgį (10 lentelė). Mokiniai supranta mastelio paskirtį (*kad galėtų sumažinti*) ir geba neklusdami pasirinkti mastelį atitinkantį plotą sumažintam miestui vaizduoti. Samprotavimuose operuoja matavimo vienetais, derindami juos prie nagrinėjamos situacijos.

10 lentelė

Gabių vaikų refleksijos vertinant reikalingo popieriaus lapo dydį

I TYRIMAS

- *Miesto modelis suklijuotas ant keturių lapų. Planui užteks vieno lapo.*
- *Lapo ilgis mažesnis už miesto modelio ilgį 2 kartus. Plotas sumažės 4 kartus.*
- *Žemėlapyje matuojame km, mes matuosime langeliais. 2 langeliai lygūs 1 langeliui.*
- *Mastelis reikalingas, kad galėtų sumažinti.*

II TYRIMAS

- *Modelis didesnis, o planas mažesnis ir jis nupieštas.*
- *Planas, paviršius, plotas mažesnis 4 kartus.*
- *Miesto plano kraštinės sumažėjo 2 kartus.*
- *Ilgis ir plotis sumažėjo 2 kartus.*

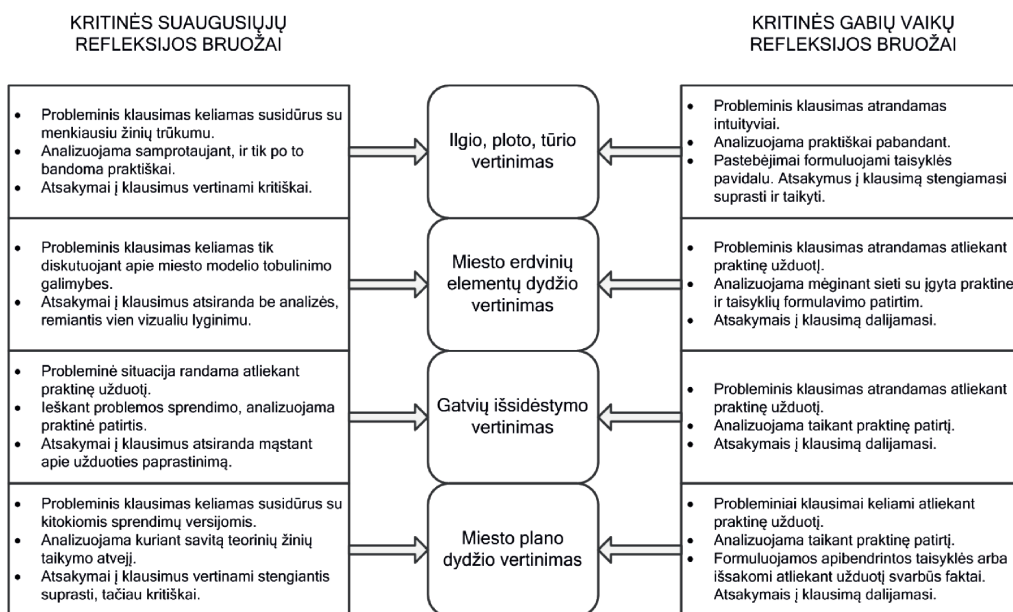
Apibendrinant galima teigti, jog gabūs pradinių klasių mokiniai intuityviai atranda probleminį veiklos klausimą; daugiau laiko skiria grupės narių diskusijoms nei individualiems problemos apmąstymams; problemos sprendimo dažniausiai ieško praktiškai išmėgindami įvairius objektų lyginimo būdus; tos pačios problemos sprendimo kitose situacijose dažniau ieško ne perkeldami patirtį, o ir vėl taikydami praktinius būdus.

Kritinės refleksijos bruožai suaugusiųjų ir gabių vaikų patirtiniame matematiniame ugdyme. Tyrimo rezultatai rodo, jog patirtinio matematinio ugdymo metu išsakomos refleksijos gali pasižymėti įvairia probleminio klausimo, taip pat atsakymo į jį kilme ir paskirtimi bei analizės proceso pobūdžiu. Šie kritinės refleksijos rodikliai keičiasi tiek to paties konteksto viduje pereinant prie kitos temos, tiek keičiantis kontekstams (4 pav.).

Suaugusiųjų kritinėse refleksijose probleminiai klausimai kyla susiduriant su žinių trūkumu, diskutuojant apie tobulinimo galimybes, praktiškai atliekant užduotį, susidūrus su grupės narių pasiūlytomis kitokiomis sprendimų versijomis. Klausimų gausa rodo

platų ir laisvą patirtinio matematinio ugdymo veiklos suteikiamų galimybių išnaudojimą. Vis dėlto panašu, kad tokio ugdymo lemiama probleminių klausimų įvairovė priklauso dar ir nuo tiriamųjų pasirinktos specialybės – užfiksuotose refleksijose pastebimi būtent pedagogo kvalifikacijai aktualūs korektiško užduoties formulavimo, tinkamų priemonių parinkimo probleminiai klausimai.

Gabių vaikų grupėje vyrauja sprendžiant praktinę užduotį kylantys probleminiai klausimai. Panašu, kad tai susiję su kol kas nepakankamai įgūdžiais abstrakčiai mąstyti. Be to, III–IV klasių mokiniai turi nedidelę užduočių apie plotą atlikimo patirtį. Gali būti, kad todėl patirtinėje veikloje jie jaučiasi nesavarankiškai, ir atsargius samprotavimų išsakyms mokytojui tenka skatinti pačiam užduodant probleminius klausimus.



4 pav. Apibendrinti patirtinio matematinio ugdymo kritinių refleksijų bruožai

Suaugusieji renka įvairius problemos analizės būdus: abstraktųjį samprotavimą su praktiniu samprotavimo rezultatų patikrinimu; patirties analizę ieškant sprendimo; analizę kuriant savitą teorinių žinių taikymo atvejį. Visi šie būdai rodo pasirengimą kritiniam matematinį vaizdinių pertvarkymui, jei bent vienas iš taikytų analizės būdų atskleis prieštarigus faktus apie nagrinėjamą sąvoką.

Gabūs vaikai praktinius pačių suformuluotus ar mokytojo iškeltus probleminius klausimus analizuoja tik siedami su įgyta praktine ir taisyklių formulavimo patirtimi. Taisyklės performuluojamos, kai praktinė veikla keičia pobūdį. Gabūs vaikai dažniausiai pajėgūs perkelti turimą patirtį. Vis dėlto kartais (vertinant tūrį) pradedama nuo šablono (apibūdinančio ilgio matavimus) dydžio įsivaizdavimo. Intuityviai supratęs klaidą,

su keletu pakoregavimų galų gale įvardijamas teisingas dydis. Tai rodo, jog probleminių klausimų analizei jaunesniajame mokykliniame amžiuje taip pat būdingas kritinis mąstymas. Tik vaikų atliekama analizė siauriau išreiškiama refleksijose. Panašu, kad ji remiasi daugiau vizualiu supratimu, nei dedukciniu samprotavimu.

Atsakymus į patirtinėje matematinėje veikloje iškilusius klausimus suaugusieji itin dažnai vertina kritiškai. Atsakymai atsiranda mąstant apie abstrakčių sąvokų prasmes, užduoties paprastinimą arba netgi be analizės, remiantis vizualiu objektų lyginimu. Gali būti, jog gebėjimas formuluoti atsakymus į įvairaus sudėtingumo probleminius klausimus išsaugo visas kadaise išbandytas formas. Vizualiu objektų lyginimu naudojamosi kaip paprasčiausia priemonė vertinant ne itin reikšmingus neatitikimus. O kritiniam matematinės patirties pertvarkymui suaugusieji linkę pasitelkti abstraktųjį mąstymą.

Gabių vaikų formuluojami atsakymai į probleminius klausimus grindžiami praktiniais pabandymais. Atsakymus į klausimus stengiamasi suprasti ir taikyti. Pradinių klasių mokiniai linkę dalytis savo mintimis. Šiek tiek netikėtos vaikų pastangos turimą patirtį formuluoti netikslios kalbos, tačiau vaizdžiais apibūdinimais gali rodyti gabių pradinių klasių mokinių pasirengimą mokytis abstrakčiai mąstyti.

Gautus rezultatus iš dalies paaiškina skirtinga suaugusiųjų ir mokinių pradinė nagrinėtos temos supratimo būklė: vieni jaučiasi žinantys, kiti gal tik truputį girdėję apie temą.

Apibendrinant galima teigti, jog suaugusiųjų ir gabių vaikų patirtinėje matematinėje veikloje išsakytos refleksijos yra panašios turimų matematinių vaizdinių kritiniu pertvarkymu. Gabūs pradinių klasių mokiniai logiškus paaiškinimus formuluoja kaip matematines taisykles. Tačiau vaikų kritinėms refleksijoms būtinas praktinis pagrindas, reikalinga nukreipiamoji mokytojo pagalba. Suaugusieji renkasi abstraktųjį samprotavimą net ir tuomet, kai probleminis klausimas kyla praktinėje veikloje.

Išvados

1. Patirtinio mastelio supratimo ugdymo metu išsakytos matematinės refleksijos:
 - Priklauso ilgio, ploto, tūrio; miesto erdvinių elementų dydžio ir gatvių išsidėstymo; miesto plano dydžio vertinimo temoms.
 - Gausėja, kai mokymosi turinys pasižymi ryškiais netikėtumais, atsiskleidžiančiais veikloje.
 - Apima problemos identifikavimą, analizę ir klausimus bei atsakymus mėginant suprasti.
 - Parengia sąmoningam mastelio apibrėžimo formulavimui.
2. Lyginant kritinės refleksijos raišką skirtinguose patirtinio matematinio ugdymo kontekstuose nustatyta:
 - Ir suaugusieji, ir gabūs vaikai išsako kritines refleksijas.

- Suaugusieji probleminius klausimus kelia nuolat, įvairiose patirtinės veiklos situacijose. Gabių vaikų grupėje vyrauja sprendžiant praktinę užduotį kylantys probleminiai klausimai.
- Suaugusieji renkasi įvairius problemos analizės būdus: abstraktųjį samprotavimą su praktiniu samprotavimo rezultatų patikrinimu; patirties analizę ieškant sprendimo; analizę kuriant savitą teorinių žinių taikymo atvejį. Gabūs vaikai probleminius klausimus analizuoja tik siedami su įgyta praktine patirtimi.
- Suaugusiųjų atsakymai atsiranda mąstant apie abstrakčių sąvokų prasmes, užduoties paprastinimą arba remiantis vizualių objektų lyginimu. Vaikų atsakymai grindžiami praktiniais pabandymais. Gabūs mokiniai logiškus paaiškinimus formuluoja kaip matematinės taisykles.

Literatūra

- Arzarello, F., Robutti, O. ir Bazzini L. (2005). Acting is Learning: Focus on the Construction of Mathematical Concepts. *Cambridge Journal of Education*, 35(1), 55–67. doi: 10.1080/0305764042000332498
- Beaudin, B. P. ir Quick D. (1995). *Experiential Learning: Theoretical Underpinnings: Monograph*. USA: HI-CAHS.
- Clarke, D. M., Clarke, D. J. ir Sullivan, P. (2012). Reasoning in the Australian Curriculum: Understanding its Meaning and Using the Relevant Language. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 17(3), 28–32.
- Coulson, D. ir Harvey, M. (2013). Scaffolding Student Reflection for Experience-Based Learning: A Framework. *Teaching in Higher Education*, 18(4), 401–413. doi: 10.1080/13562517.2012.752726
- Creswell, J. W. (2008). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. USA: Pearson Education International.
- Easdown, D. (2009). *Syntactic and Semantic Reasoning in Mathematics Teaching and Learning*. doi: 10.1080/00207390903205488
- Eraslan, A. ir Kant S. (2015). Modelling Processes of 4th-Year Middle-School Students and the Difficulties Encountered. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(3), 809–824. doi: 10.12738/estp.2015.3.2556
- Hoggan, Ch. D. (2016). Transformative Learning as a Metatheory: Definition, Criteria, and Typology. *Adult Education Quarterly*, 66(1), 57–75. doi: 10.1177/0741713615611216
- Kuo, E., Hull, M. M., Gupta, A. ir Elby, A. (2013). How Students Blend Conceptual and Formal Mathematical Reasoning in Solving Physics Problems. *Science Education*, 97(1), 32–57. doi: 10.1002/sce.21043
- Larkin, K. (2016). Mathematics Education and Manipulatives. Which, when, how? *Australian Primary Mathematics Classroom*, 21(1), 12–17.

- Mezirow, J. (1997). Transformative Learning: Theory to Practice. *New Directions for Adult and Continuing Education*, 74, 5–13. doi: 10.1002/ace.7401
- Prusak, N., Hershkowitz, R. ir Schwarz, B. B. (2012). From Visual Reasoning to Logical Necessity through Argumentative Design. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 19–40. doi: 10.1007/s10649-011-9335-0
- Richardson, K., Carter, T. ir Berenson, S. (2010). Connected Tasks: the Building Blocks of Reasoning and Proof. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15(4), 17–23.
- Roessger, K. M. (2014). The Effects of Reflective Activities on Skill Adaptation in a Work-Related Instrumental Learning Setting. *Adult Education Quarterly*, 64(4), 323–344. doi: 10.1177/0741713614539992
- Stylianides, A. J. (2007). The Notion of Proof in the Context of Elementary School Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 1–20. doi: 10.1007/s10649-006-9038-0
- Verhoef, N. C., Broekman, H. G. B. (2005). *A Process of Abstraction by Representations of Concepts* (p. 273–279). Iš *Proceedings of the 29th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4. Melbourne: PME.

Signs of Critical Reflection in Mathematical Experiential Learning Contexts

Vaiva Grabauskienė¹, Oksana Mockaitytė-Rastenienė²

¹ Lithuanian University of Educational Sciences, Faculty of Education, Department of Fundamentals of Education, 39 Studentų St., LT-08106 Vilnius, Lithuania, vaiva.grabauskiene@leu.lt

² Lithuanian University of Educational Sciences, Faculty of Education, Department of Fundamentals of Education, 39 Studentų St., LT-08106 Vilnius, Lithuania, oksanamockaityte@gmail.com

Summary

In this article, we analyzed reflections of undergraduate students of Primary school education and also the reflections of gifted primary school children. The reflections were collected in those two subsamples separately, while learning Math in experiential way. For the suitability to observe critical reorganization of mathematical images, the scaling as a subject was chosen.

The process of learning in adults has a feature to encompass the critical reflection approach for the problem solving. The aim of our study was to shed light on differences and similarities between adults and gifted primary school children in mathematical reasoning.

We used the following methods: case study; observation; audio recordings; and qualitative analysis (i. e. content analysis). In whole study, 13 undergraduate students and 16 gifted children from III–IV grades took a part.

The results indicate that the main insights in the mathematical content were made while comparing measurements of different dimensions. The similarities between adults and children were found in how critical reorganization of mathematical images was done. The difference occurred in the extent of reasoning abstraction. Gifted children already at primary school years were able to formulate logical explanations into mathematical rules. However, for the children to make critical reflections, the experiential basis (practice) is obligatory. In contrast, adults used abstract reasoning even in experiential (practical) situations.

Keywords: *mathematical reasoning, experiential learning, critical reflections, comparison of reflections.*

Gauta 2016 1023 / Received 23 10 2016
Priimta 2017 06 16 / Accepted 16 06 2017